Área: CV ( ) CHSA ( ) ECET (X)

CAMINHADA ALEATÓRIA EM MEIOS DESORDENADOS SEM MEMORIA

Aldo Almeida Brito (ICV PIBIC/UFPI), Ivo Araujo Pedrosa Filho (ICV PIBIC/UFPI), Francisco Ferreira Barbosa Filho (orientador, Depto. de Física – CCN/UFPI)

INTRODUÇÃO

A investigação matemática de transporte em um meio desordenado tem sido um campo de pesquisa ativo nos últimos trinta anos, rico em surpresas e desafios matemáticos. A presença de aleatoriedade no meio é fonte de uma ampla variedade de efeitos que escapam à esfera dos comportamentos apresentados por meios constantes ou periódicos. Em um grande número de casos o método da caminha aleatória tem se mostrado um poderoso instrumento para resolução de problemas em diversas áreas.

Sob esse tópico estão agrupados vários temas, como a descrição de modelos de spins na presença de desordem, na presença de campo magnético ou com interação entre os spins, questões de envelhecimento que se apresentam em tais sistemas, passeios aleatórios com taxas aleatórias, campos Gaussianos aleatórios, presença (ou não) de “pinning”. Buscam-se novos métodos de tratamento de evoluções em meios desordenados, focalizando em questões de localização de ondas quânticas em redes, sistemas tipo "spin glass", e ambientes dinâmicos com aplicações em processos biossociais. A caminhada aleatória (RW), é uma formalização matemática de um trajeto que consiste em fazer exames sucessivos em etapas aleatórias. Existem diversos ramos do conhecimento em que os resultados da caminhada aleatória foram aplicados com sucesso: Física, na Ecologia, na Biologia, na Economia e outros.

METODOLOGIA

O problema da caminhada aleatória sem memória foi tratado através da simulação computacional, usando uma distribuição probabilística dos passos dados por um individuo, por exemplo, um marinheiro bêbado que tenta chegar ao seu barco. O barco esta atracado no cais e possui comprimento de N passos de tamanho unitario. Da entrada do cais até o barco temos uma distancia de M passos andados em linha reta. Assim o marinheiro encontra-se embriagado, se deslocando para a esquerda e para direita com igual probabilidade p e para frente com probabilidade $1-2p$. No nosso problema não consideramos a possibilidade de passos para trás.

Assim queremos investigar quantos passos são necessários, em media, para que o marinheiro chegue ao seu barco. Com o algoritmo acima construímos um código para ser executado em um compilador C++.

Com este código em C++, simulando o nosso problema, fizemos um grande número de medidas considerando caminhadas com número variável de passos, maior que o numero mínimo necessário para chegar ao barco M, se o marinheiro andasse em linha reta. Calculamos a probabilidade que o marinheiro alcance o barco executando um numero de passos maior que o número mínimo.

Área: CV ( ) CHSA ( ) ECET (X)

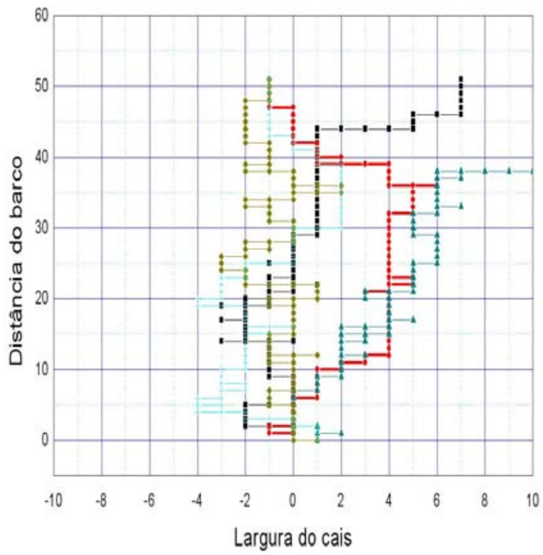

Figura 1: Ilustração de algumas caminhadas com $p = 0.2$.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A figura 1 mostra amostras de caminhos mantendo o número fixo de passos (maior que o necessário para cobrir a distância inicio do cais – barco e probabilidade $p = 0{,}2$. Observamos a existência de caminhadas de sucesso, bem como caminhadas que terminaram antes da chegada barco, com o marinheiro caindo do cais. Estas caminhadas estão distribuídas de forma mais ou menos equilibrada em torno da origem. A probabilidade p mantém uma relação estreita com o grau de embriagues do marinheiro. Quanto maior p (maior o grau de embriagues) menor as chances do individuo chegar ao barco. Dito de outra forma maior será o tempo que ele gastará para executar

Na Figura 2 mostramos o gráfico da *probabilidade de obter sucesso* (número de caminhadas de sucesso/número total de caminhadas) em função do número máximo de passos em cada caminhada. Observamos que existe um limite mínimo no número de passos a partir do qual começamos a obter sucesso. No caso, considerando um barco com largura igual a vinte passos unitários e distancia do inicio da caminhada até o barco (em linha reta) de 50 passos, a probabilidade é diferente de zero apenas para caminhadas maiores que 65 passos e, não importa quantos passos sejam dados, a probabilidade máxima não ultrapassa os $89{,}93\%$ para a configuração descrita acima.

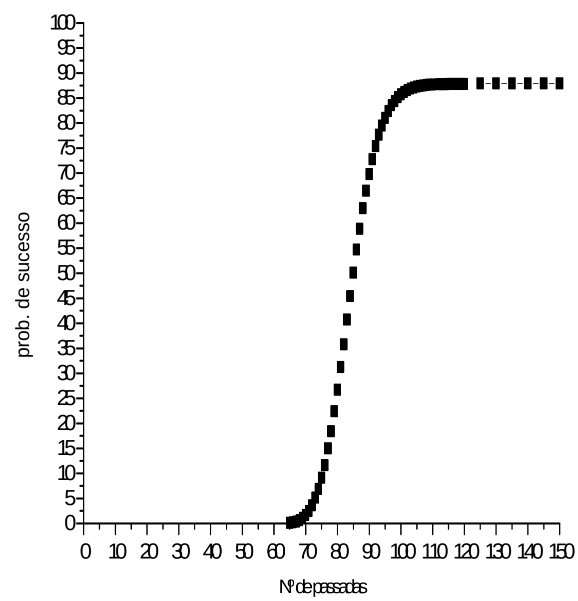

Figura 2: Representação da probabilidade de sucesso em função do número de passadas.

Na Figura 3 mostramos o gráfico da diferença entre as probabilidades em função do numero de passos, objetivando caracterizar melhor a curva apresentada na Figura 2. Assim vemos que inicialmente a taxa de variação do crescimento da probabilidade.apresenta um crescimento até que o número de passos atinge o valor 81 (para o nosso exemplo), a partir deste a taxa de variação passa a decrescer até que atinge um regime estacionário para um numero de passos maior que 112.

CONCLUSÃO

Estes resultados são consistentes com aqueles encontrados na literatura. Precisaríamos investigar ainda mais as respostas deste problema, verificando a resposta que o mesmo oferece ao problema do tempo de primeira passagem. Qual a resposta do sistema se considerarmos efeitos de memória nas nossas simulações?

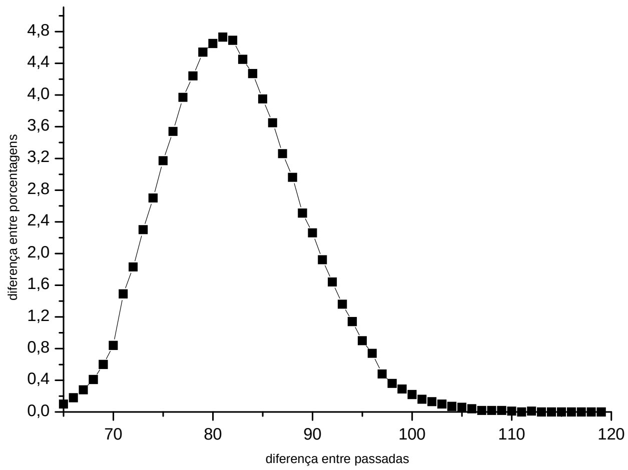

Figura3: comportamento do crescimento das porcentagens

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Francisco Ferreira Barbosa Filho pela sua disponibilidade em nos orientar neste estágio de Iniciação Científica dentro do PIBIC/UFPI

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Jurandir Craveiro. ***Caminhada aleatória e alguns problemas relacionados.*** Monografia do trabalho de conclusão de curso de bacharelado em física, Universidade Federal do Piauí, 2010.

NUSSENZVEIG,Herch Moysés. ***Curso de física básica vol.2.*** 4 ed rev. São Paulo: Edgard Blucher, 2002.

SALINAS, Sílvio R.A. ***Introdução à física estatística.*** São Paulo: Edusp, 1999.

NUSSENZVEIG,Herch Moysés. ***Curso de física básica vol.3.***. São Paulo: Edgard Blucher, 1997.

NUSSENZVEIG,Herch Moysés. ***Curso de física básica vol.4.*** 1ª ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1998.

EISBERG, Robert, RESNICK, Robert. ***Física quântica.*** Tradução de Paulo Costa Ribeiro, Enio Frota da Silveira de Marta Feijó Barroso. Rio de Janeiro:Elsevier,1979 – 29ª reimpressão.

SAVITCH, Walter J. ***C++ absoluto.*** Tradução Claudia Martins; revisão técnica Oswaldo Ortiz Fernandes Jr. São Paulo: Addison Wesley, 2004.